

Algoritmos de ordenação

Programação II – Engenharia de Telecomunicações

Prof. Emerson Ribeiro de Mello

mello@ifsc.edu.br

Licenciamento



Slides licenciados sob [Creative Commons "Atribuição 4.0 Internacional"](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Por que ordenar?

■ Por que ordenar?

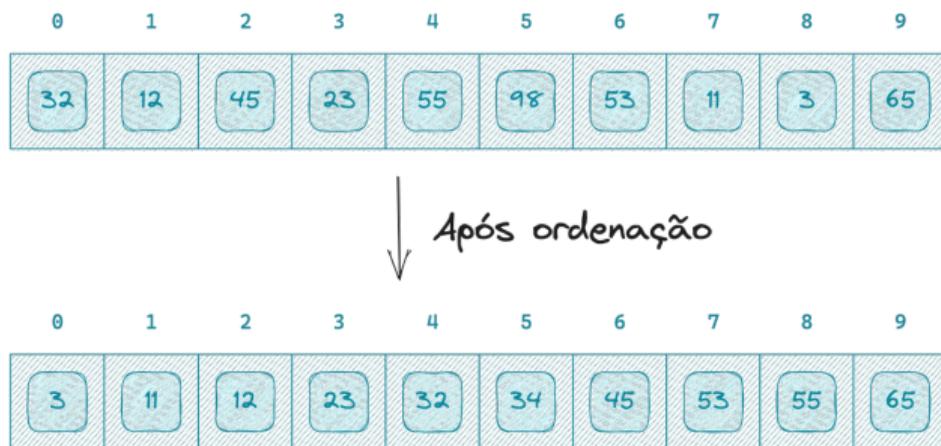
- Gerar relatórios para usuários (i.e. lista de alunos ordenada pela matrícula)
- Para reduzir a complexidade de um problema (i.e. busca binária)

■ Onde podem estar os dados que deseja-se ordenar?

- Memória principal (i.e. memória RAM)
- Memória auxiliar (i.e. disco rígido)

Exercício

- Desenvolva um aplicativo em C que gere um vetor de inteiros de tamanho n , preenchido de forma aleatória e não ordenada
- Imprima o conteúdo do vetor no dispositivo de saída padrão, faça a ordenação dos elementos (ordem crescente) e depois imprima o conteúdo do vetor no dispositivo de saída padrão



Algoritmos de ordenação por comparação

Compara elementos de uma lista (ex: usando operador relacional $<$)

■ Troca e seleção

- *bubble sort*
- *insertion sort*
- *selection sort*
- *heap sort*

■ Divisão e conquista

- *merge sort*
- *Quicksort*

Classificação

Um algoritmo de ordenação é considerado como **estável** se preservar a ordem relativa de elementos que possuam valores idênticos



Algoritmos diferem na **complexidade em tempo** e **complexidade em espaço** (memória usada)

Método bolha (*bubble sort*)

- Compare elementos consecutivos de um vetor e faça a permuta caso estejam fora de ordem
- A cada iteração os elementos mais leves (número menor) sobem para a “parte mais alta” do vetor e os elementos mais pesados descem



Método bolha (*bubble sort*)

- Compare elementos consecutivos de um vetor e faça a permuta caso estejam fora de ordem
- A cada iteração os elementos mais leves (número menor) sobem para a “parte mais alta” do vetor e os elementos mais pesados descem

32

12

45

23

11

3

53

Método bolha (*bubble sort*)

- Compare elementos consecutivos de um vetor e faça a permuta caso estejam fora de ordem
- A cada iteração os elementos mais leves (número menor) sobem para a “parte mais alta” do vetor e os elementos mais pesados descem

12

32

45

23

11

3

53

Método bolha (*bubble sort*)

- Compare elementos consecutivos de um vetor e faça a permuta caso estejam fora de ordem
- A cada iteração os elementos mais leves (número menor) sobem para a “parte mais alta” do vetor e os elementos mais pesados descem

12

32

45

23

11

3

53

Método bolha (*bubble sort*)

- Compare elementos consecutivos de um vetor e faça a permuta caso estejam fora de ordem
- A cada iteração os elementos mais leves (número menor) sobem para a “parte mais alta” do vetor e os elementos mais pesados descem

12

32

45

23

11

3

53

Método bolha (*bubble sort*)

- Compare elementos consecutivos de um vetor e faça a permuta caso estejam fora de ordem
- A cada iteração os elementos mais leves (número menor) sobem para a “parte mais alta” do vetor e os elementos mais pesados descem

12

32

23

45

11

3

53

Método bolha (*bubble sort*)

- Compare elementos consecutivos de um vetor e faça a permuta caso estejam fora de ordem
- A cada iteração os elementos mais leves (número menor) sobem para a “parte mais alta” do vetor e os elementos mais pesados descem



Método bolha (*bubble sort*)

- Compare elementos consecutivos de um vetor e faça a permuta caso estejam fora de ordem
- A cada iteração os elementos mais leves (número menor) sobem para a “parte mais alta” do vetor e os elementos mais pesados descem

12

32

23

11

45

3

53

Método bolha (*bubble sort*)

- Compare elementos consecutivos de um vetor e faça a permuta caso estejam fora de ordem
- A cada iteração os elementos mais leves (número menor) sobem para a “parte mais alta” do vetor e os elementos mais pesados descem



Método bolha (*bubble sort*)

- Compare elementos consecutivos de um vetor e faça a permuta caso estejam fora de ordem
- A cada iteração os elementos mais leves (número menor) sobem para a “parte mais alta” do vetor e os elementos mais pesados descem

12

32

23

11

3

45

53

Método bolha (*bubble sort*)

- Compare elementos consecutivos de um vetor e faça a permuta caso estejam fora de ordem
- A cada iteração os elementos mais leves (número menor) sobem para a “parte mais alta” do vetor e os elementos mais pesados descem

12

32

23

11

3

45

53

Método bolha (*bubble sort*)

- Compare elementos consecutivos de um vetor e faça a permuta caso estejam fora de ordem
- A cada iteração os elementos mais leves (número menor) sobem para a “parte mais alta” do vetor e os elementos mais pesados descem

12

32

23

11

3

45

53

Método bolha (*bubble sort*)

- Compare elementos consecutivos de um vetor e faça a permuta caso estejam fora de ordem
- A cada iteração os elementos mais leves (número menor) sobem para a “parte mais alta” do vetor e os elementos mais pesados descem

12

32

23

11

3

45

53

Método bolha (*bubble sort*)

- Compare elementos consecutivos de um vetor e faça a permuta caso estejam fora de ordem
- A cada iteração os elementos mais leves (número menor) sobem para a “parte mais alta” do vetor e os elementos mais pesados descem

12

23

32

11

3

45

53

Método bolha (*bubble sort*)

- Compare elementos consecutivos de um vetor e faça a permuta caso estejam fora de ordem
- A cada iteração os elementos mais leves (número menor) sobem para a “parte mais alta” do vetor e os elementos mais pesados descem



Método bolha (*bubble sort*)

- Compare elementos consecutivos de um vetor e faça a permuta caso estejam fora de ordem
- A cada iteração os elementos mais leves (número menor) sobem para a “parte mais alta” do vetor e os elementos mais pesados descem

12

23

11

32

3

45

53

Método bolha (*bubble sort*)

- Compare elementos consecutivos de um vetor e faça a permuta caso estejam fora de ordem
- A cada iteração os elementos mais leves (número menor) sobem para a “parte mais alta” do vetor e os elementos mais pesados descem

12

23

11

32

3

45

53

Método bolha (*bubble sort*)

- Compare elementos consecutivos de um vetor e faça a permuta caso estejam fora de ordem
- A cada iteração os elementos mais leves (número menor) sobem para a “parte mais alta” do vetor e os elementos mais pesados descem

12

23

11

3

32

45

53

Método bolha (*bubble sort*)

- Compare elementos consecutivos de um vetor e faça a permuta caso estejam fora de ordem
- A cada iteração os elementos mais leves (número menor) sobem para a “parte mais alta” do vetor e os elementos mais pesados descem

12

23

11

3

32

45

53

Método bolha (*bubble sort*)

- Compare elementos consecutivos de um vetor e faça a permuta caso estejam fora de ordem
- A cada iteração os elementos mais leves (número menor) sobem para a “parte mais alta” do vetor e os elementos mais pesados descem

E assim por diante...

12

23

11

3

32

45

53

Método bolha (*bubble sort*)

Análise e pseudocódigo

- $\Theta(n)$ – melhor caso
- $O(n^2)$ – pior caso
- $O(n^2)$ – caso médio
- Faz um grande número de permutas
 - $O(n^2)$
- É um algoritmo **estável**

Algoritmo 1: Bubble sort

Entrada: vetor[1..n]

Saída: vetor ordenado

```
1 para i de 1 até n faça
2   para j de 1 até n - i faça
3     se vetor[j] < vetor[j + 1] então
4       aux ← vetor[j];
5       vetor[j] ← vetor[j + 1];
6       vetor[j + 1] ← aux;
7     fim
8   fim
9 fim
```

Ordenação por inserção (*insertion sort*)

- Algoritmo eficiente para ordenar um número pequeno de elementos
- Semelhante a forma que as pessoas ordenam as cartas em jogo de buraco (canastra ou biriba)
- Elementos em um vetor são divididos em subestruturas
 - elementos já ordenados (no lado esquerdo)
 - elementos ainda por ordenar (no lado direito)



Fonte: (CORMEN et al., 2012)

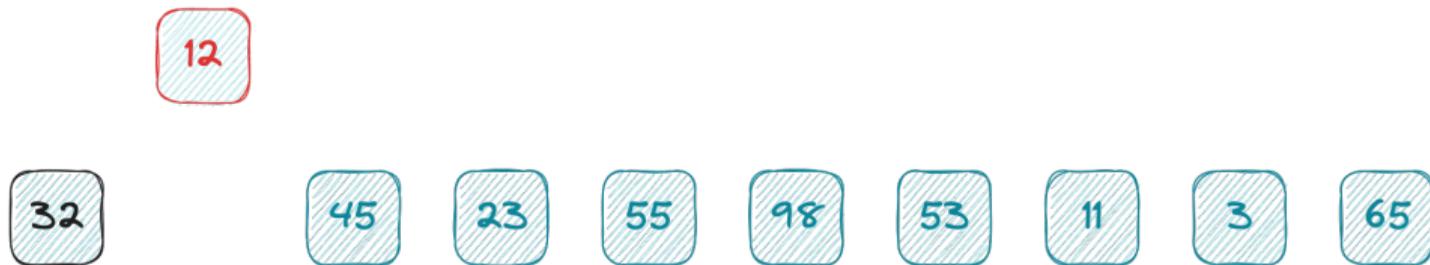
Ordenação por inserção (*insertion sort*)



Ordenação por inserção (*insertion sort*)



Ordenação por inserção (*insertion sort*)



Ordenação por inserção (*insertion sort*)

12

32

45

23

55

98

53

11

3

65

Ordenação por inserção (*insertion sort*)



Ordenação por inserção (*insertion sort*)



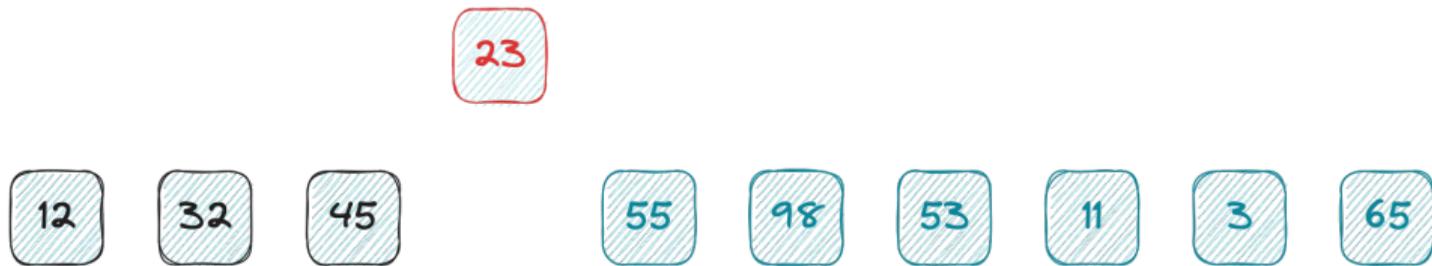
Ordenação por inserção (*insertion sort*)



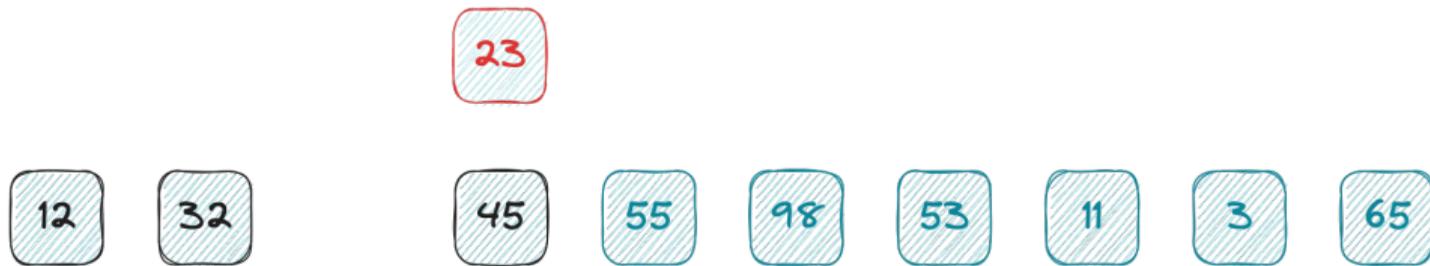
Ordenação por inserção (*insertion sort*)



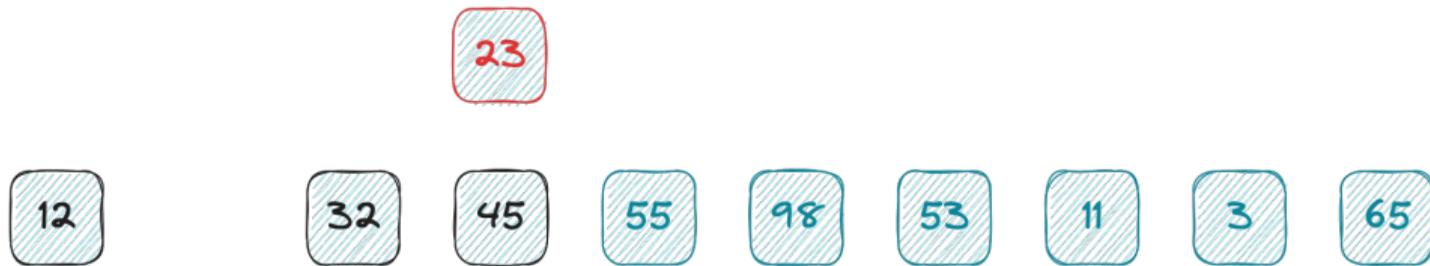
Ordenação por inserção (*insertion sort*)



Ordenação por inserção (*insertion sort*)



Ordenação por inserção (*insertion sort*)



Ordenação por inserção (*insertion sort*)



Ordenação por inserção (*insertion sort*)



Ordenação por inserção (*insertion sort*)



Ordenação por inserção (*insertion sort*)



Ordenação por inserção (*insertion sort*)



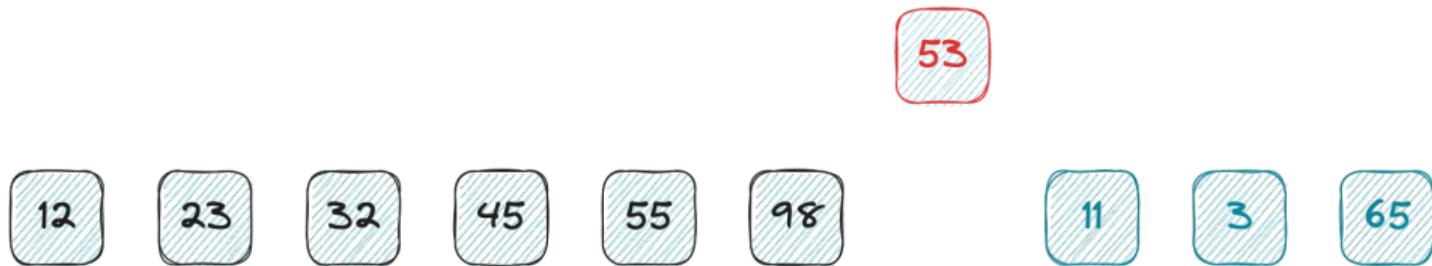
Ordenação por inserção (*insertion sort*)



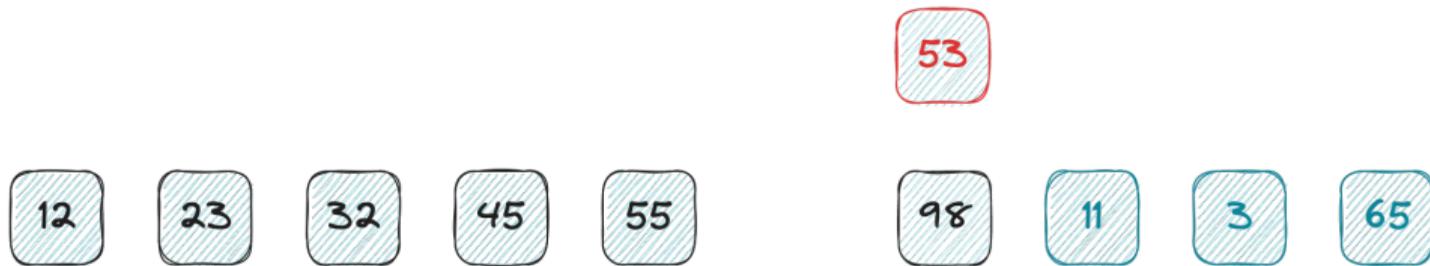
Ordenação por inserção (*insertion sort*)



Ordenação por inserção (*insertion sort*)



Ordenação por inserção (*insertion sort*)



Ordenação por inserção (*insertion sort*)



Ordenação por inserção (*insertion sort*)



Ordenação por inserção (*insertion sort*)



E assim continua...

Ordenação por inserção (*insertion sort*)

Análise e pseudocódigo

- $\Theta(n)$ – melhor caso
 - elementos ordenados
- $\Theta(n^2)$ – pior caso
 - elementos na ordem inversa
- $O(n^2)$ – caso médio
 - geralmente é quase tão ruim quanto o pior caso
- É um algoritmo **estável**

Algoritmo 2: Insertion sort

Entrada: vetor[1..n]

Saída: vetor ordenado

```
1 para  $i$  de 1 até  $n - 1$  faça
2    $chave \leftarrow vetor[i];$ 
3    $j \leftarrow i - 1;$ 
4   enquanto  $j \geq 0$  E  $vetor[j] > chave$  faça
5      $vetor[j + 1] \leftarrow vetor[j];$ 
6      $j \leftarrow j - 1;$ 
7   fim
8    $vetor[j + 1] \leftarrow chave$ 
9 fim
```

Adequado para problemas com poucos elementos ou quando a entrada está quase totalmente ordenada

Ordenação por seleção (*selection sort*)

- Selecione o menor elemento do vetor e troque este com o elemento da primeira posição e assim por diante



Ordenação por seleção (*selection sort*)

- Selecione o menor elemento do vetor e troque este com o elemento da primeira posição e assim por diante



Ordenação por seleção (*selection sort*)

- Selecione o menor elemento do vetor e troque este com o elemento da primeira posição e assim por diante



Ordenação por seleção (*selection sort*)

- Selecione o menor elemento do vetor e troque este com o elemento da primeira posição e assim por diante



Ordenação por seleção (*selection sort*)

- Selecione o menor elemento do vetor e troque este com o elemento da primeira posição e assim por diante



Ordenação por seleção (*selection sort*)

- Selecione o menor elemento do vetor e troque este com o elemento da primeira posição e assim por diante



Ordenação por seleção (*selection sort*)

- Selecione o menor elemento do vetor e troque este com o elemento da primeira posição e assim por diante



Ordenação por seleção (*selection sort*)

- Selecione o menor elemento do vetor e troque este com o elemento da primeira posição e assim por diante



Ordenação por seleção (*selection sort*)

- Selecione o menor elemento do vetor e troque este com o elemento da primeira posição e assim por diante



Ordenação por seleção (*selection sort*)

- Selecione o menor elemento do vetor e troque este com o elemento da primeira posição e assim por diante



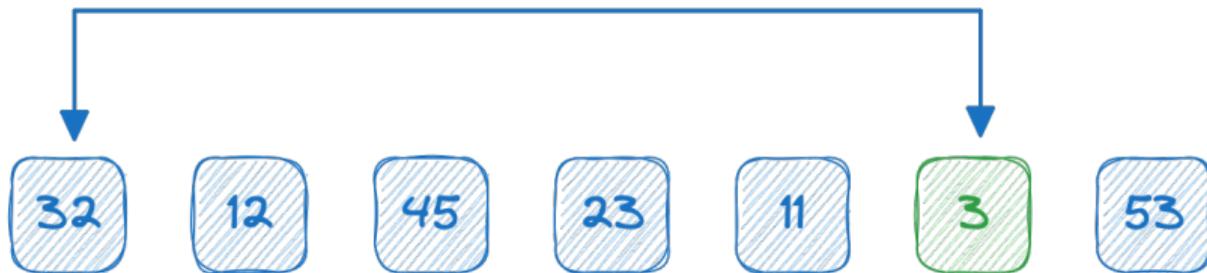
Ordenação por seleção (*selection sort*)

- Selecione o menor elemento do vetor e troque este com o elemento da primeira posição e assim por diante



Ordenação por seleção (*selection sort*)

- Selecione o menor elemento do vetor e troque este com o elemento da primeira posição e assim por diante



Ordenação por seleção (*selection sort*)

- Selecione o menor elemento do vetor e troque este com o elemento da primeira posição e assim por diante



Ordenação por seleção (*selection sort*)

- Selecione o menor elemento do vetor e troque este com o elemento da primeira posição e assim por diante



Ordenação por seleção (*selection sort*)

- Selecione o menor elemento do vetor e troque este com o elemento da primeira posição e assim por diante



Ordenação por seleção (*selection sort*)

- Selecione o menor elemento do vetor e troque este com o elemento da primeira posição e assim por diante



Ordenação por seleção (*selection sort*)

- Selecione o menor elemento do vetor e troque este com o elemento da primeira posição e assim por diante



Ordenação por seleção (*selection sort*)

- Selecione o menor elemento do vetor e troque este com o elemento da primeira posição e assim por diante



Ordenação por seleção (*selection sort*)

- Selecione o menor elemento do vetor e troque este com o elemento da primeira posição e assim por diante



Ordenação por seleção (*selection sort*)

- Selecione o menor elemento do vetor e troque este com o elemento da primeira posição e assim por diante



Ordenação por seleção (*selection sort*)

- Selecione o menor elemento do vetor e troque este com o elemento da primeira posição e assim por diante



Ordenação por seleção (*selection sort*)

- Selecione o menor elemento do vetor e troque este com o elemento da primeira posição e assim por diante



E assim continua...

Ordenação por seleção (*selection sort*)

Análise e pseudocódigo

- $O(n^2)$ – melhor caso
 - Mesmo em um vetor ordenado
- $O(n^2)$ – pior caso
- $O(n^2)$ – caso médio
- Faz pouca permuta de elementos
 - $O(n)$
- É um algoritmo **não estável**

Algoritmo 3: Selection sort

Entrada: vetor[1..n]

Saída: vetor ordenado

```
1 para  $i$  de 1 até  $n - 1$  faça
2    $min \leftarrow i$ ;
3   para  $j$  de  $(i+1)$  até  $n$  faça
4     se  $vetor[j] < vetor[min]$  então
5        $min \leftarrow j$ ;
6     fim
7   fim
8   se  $i \neq min$  então
9      $aux \leftarrow vetor[i]$ ;
10     $vetor[i] \leftarrow vetor[min]$ ;
11     $vetor[min] \leftarrow aux$ ;
12  fim
13 fim
```

Curiosidades

- Em 2007, o ex CEO da Google pergunta ao candidato Barack Obama sobre a melhor forma de ordenar um vetor de inteiros com 1 milhão de elementos
 - <https://youtu.be/m4yVIPqeZwo?t=1370>
- **Comparação interativa de algoritmos de ordenação**
 - <https://www.cs.usfca.edu/~galles/visualization/ComparisonSort.html>
 - <https://www.toptal.com/developers/sorting-algorithms>
- **Quinze algoritmos de ordenação em 6 minutos**
 - <https://www.youtube.com/watch?v=kPRA0W1kECg>
- **Danças folclóricas**
 - *bubble sort* – <https://www.youtube.com/watch?v=lv3vgjM8Pv4>
 - *insertion sort* – <https://www.youtube.com/watch?v=ROaIU379I3U>
 - *selection sort* – <https://www.youtube.com/watch?v=0-W8OEwLebQ>

Exercício 1

- Evolua a biblioteca `libprg`, criada por você na aula de lista de sequencial, para ofertar diferentes funções para ordenar um vetor de inteiros por meio dos algoritmos
 - a. método bolha, de forma crescente e decrescente
 - b. ordenação por inserção
 - c. ordenação por seleção, de forma crescente ou decrescente
- As definições das funções devem ser feitas obrigatoriamente no arquivo de cabeçalho `libprg.h`
- As implementações das funções obrigatoriamente no arquivo com o nome `alg_ord_troca.c`

Exercício 2

- Crie um projeto com CMake de uma aplicação em C que dependa da biblioteca `libprg`, criada no exercício anterior
 - Faça uso do `FetchContent` no CMake para baixar a dependência
- Faça um programa que crie um vetor de inteiros de tamanho n , informado pelo usuário, e faça o povoamento desse vetor com números aleatórios ($0 \dots \text{INT_MAX}$)
 - `INT_MAX` é definida na biblioteca `limits.h`
- Ordene o mesmo vetor usando cada um dos algoritmos de ordenação que implementou em sua biblioteca `libprg`
 - Dica: Se iniciar a função `srand` sempre com uma mesma semente, então conseguirá reproduzir a ordem dos números sorteados. Ex: `srand(1)`
- Deve-se imprimir na tela o tempo gasto (relógio de parede e de CPU) por cada um dos algoritmos

Exercício 2 (continuação)

Exemplo de saída esperada após execução

```
1 Tamanho do vetor: 1000
2 -----
3 Algoritmo   Relógio (seg)  CPU (seg)
4 -----
5 bolha      0.001827      0.001828
6 inserção   0.000357      0.000357
7 seleção    0.000723      0.000722
8 -----
```

Referências



CORMEN, Thomas H. et al. **Algoritmos: teoria e prática**. LTC, 2012.

Disponível em: <<https://app.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788595158092>>.